

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 6 februarie 2026

Clasa a VII-a - Barem

1. Avem $\sqrt{28} - \sqrt{72} + \sqrt{80} = 2(\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})$	4p
$\sqrt{63} - \sqrt{162} + \sqrt{180} = 3(\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})$	4p
$\frac{\sqrt{28}-\sqrt{72}+\sqrt{80}}{\sqrt{63}-\sqrt{162}+\sqrt{180}} = \frac{2}{3}$	3p
Apoi $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{21}} + \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{63}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$.	10p

2. a) Conform ipotezei avem $\frac{a}{p} = \frac{b}{p+1} = \frac{c}{p+2} = k$.	2p
Cum $(p+1)a = pb$, deci $(p+1)a : p$ și $(p, p+1) = 1$ reiese că $a : p$, deci $k \in \mathbb{N}^*$.	4p
Avem $a = kp$, $b = (p+1)k$ și $c = (p+2)k$ de unde $a + b + c = 3(p+1)k$.	4p
b) Avem $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = k\sqrt{p^2 + (p+1)^2 + (p+2)^2}$.	3p
Cum $p \geq 3$ este un număr prim, avem $p = 4m + 1$ sau $p = 4m + 3$, $m \in \mathbb{N}^*$.	2p
Dacă $p = 4m + 1$ atunci $p^2 = M_4 + 1$, $(p+1)^2 = M_4$ și $(p+2)^2 = M_4 + 1$, deci	
$p^2 + (p+1)^2 + (p+2)^2 = M_4 + 2$.	2p
Cum pătratele perfecte sunt de forma $4m$ sau $4m + 1$, va rezulta că	
$\sqrt{p^2 + (p+1)^2 + (p+2)^2}$ este irațional.	2p
Dacă $p = 4m + 3$ atunci $p^2 + (p+1)^2 + (p+2)^2 = M_4 + 2$ și se raționează analog.	2p

3. a) Dreptele AD și EC sunt paralele fiind perpendiculare pe BC , Atunci $\sphericalangle DAE = \sphericalangle AEC$.	2p
Din ipoteză $\sphericalangle DAE = \sphericalangle CAE$, deci $\sphericalangle AEC = \sphericalangle CAE$, prin urmare triunghiul AEC este isoscel.	4p
Atunci $AC = EC$ și cum $BC = EC$ obținem cerința.	2p
b) Fie $\sphericalangle DAE = \sphericalangle CAE = x$ și $\sphericalangle BAD = y$. În triunghiul BAD avem $\sphericalangle ABD = 90^\circ - y$	3p
și cum $\sphericalangle ABD = \sphericalangle BAC$ (din punctul anterior) va rezulta $90^\circ - y = 2x + y$.	5p
Atunci $x + y = 45^\circ$, de unde obținem concluzia.	3p

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA

4. a) Din $AD = DC$ reiese că triunghiul ADC este isoscel și cum M este mijlocul lui AC obținem că $DM \perp AC$. Din $DC = BC$ reiese că triunghiul BDC este isoscel și cum N este mijlocul lui BD obținem că $CN \perp DB$. Va rezulta că DM și CN sunt înălțimi în triunghiul ADC și prin urmare punctul E este ortocentru în $\triangle ADC$. Atunci avem $CD \perp AE$. b) $\triangle ACN \equiv \triangle CAF$ deoarece sunt triunghiuri dreptunghice, au latura AC comună și $\sphericalangle CAN \equiv \sphericalangle ACF$. De aici reiese cerința, $AN = CF$.	2p 2p 2p 4p 8p 3p
--	--

NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează similar baremului
- Se acorda 16 puncte din oficiu
- Punctajul maxim este de 100 puncte